

21089

B. Sc. (First Year) Examination, 2021

(New Course)

MATHEMATICS

Paper : Second

(Calculus & Differential Equations)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी खण्डों को निर्देशानुसार हल करना है।

Note: All questions of all sections as instructed.

खण्ड-‘अ’

Section-‘A’

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×3=15

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 3 marks.

इकाई-I

Unit-I

1. यदि $y = x^{n-1} \log x$ तो सिद्ध कीजिए कि—

$$y_n = \frac{n-1}{x}$$

If $y = x^{n-1} \log x$ then prove that :

$$y_n = \frac{n-1}{x}$$

अथवा

Or

मैक्लॉरिन प्रमेय से $\log(1+x)$ का प्रसार कीजिए।

Expand $\log(1+x)$ by Maclaurin theorem.

इकाई-II

Unit-II

2. वक्र $y (a^2 + x^2) = x^3$ के नति परिवर्तन बिन्दु निकालिए।

Find the point of inflexion of curve $y (a^2 + x^2) = x^3$.

अथवा

Or

वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $x^3 + y^3 = 3axy$.

इकाई-III

Unit-III

3. $\int \frac{1}{a \sin x + b \cos x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{1}{a \sin x + b \cos x} dx$.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए—

$$\int_0^\pi \theta \sin^2 \theta \cos \theta d\theta = -\frac{4}{9}$$

Prove that :

$$\int_0^\pi \theta \sin^2 \theta \cos \theta d\theta = -\frac{4}{9}$$

इकाई-IV

Unit-IV

4. हल कीजिए—

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2 + 1}{2xy}$$

Solve :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2 + 1}{2xy}$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$$

Solve :

$$x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x .$$

इकाई-V

Unit-V

5. $\frac{d^2y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 3y = e^{-3x}$ को हल कीजिए।

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 3y = e^{-3x}$$

अथवा

Or

$(D^2 + D - 2)y = e^x$ को हल कीजिए।

Solve :

$$(D^2 + D - 2)y = e^x .$$

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note: Attempt all five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

इकाई-I

Unit-I

6. मैक्लॉरिन प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Maclaurin's theorem.

अथवा

Or

टेलर प्रमेय के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि—

$$\tan^{-1}(x+h) = \tan^{-1} x + h \sin z \frac{\sin z}{1} - (h \sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2} + (h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} - \dots$$

Use Taylor's theorem to prove that :

$$\tan^{-1}(x+h) = \tan^{-1} x + h \sin z \frac{\sin z}{1} - (h \sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2} + (h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} - \dots$$

इकाई-II

Unit-II

7. कैटिनरी $y = c \cosh \frac{x}{c}$ के बिन्दु (x, y) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find out radius of curvature at the point (x, y) of the catenary $y = c \cosh \frac{x}{c}$.

अथवा

Or

कार्डिआइड $r = a(1 + \cos \theta)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

इकाई-III

Unit-III

8. वक्र $x = a \cos^3 t$, $y = b \sin^3 t$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

To find area of curve $x = a \cos^3 t$, $y = b \sin^3 t$.

अथवा

Or

समाकल $\int \sin^6 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of integral $\int \sin^6 x dx$.

इकाई-IV

Unit-IV

9. हल कीजिए—

$$x(1+y^2) dx + y(1+x^2) dy = 0$$

Solve :

$$x(1+y^2) dx + y(1+x^2) dy = 0$$

अथवा

Or

निम्न अवकल समीकरण का व्यापक एवं विचित्र हल ज्ञात कीजिए—

$$(8P^3 - 27)x = 12P^2y$$

Find out the generalized and singular solution of the following :

$$(8P^3 - 27)x = 12P^2y$$

इकाई-V

Unit-V

10. हल कीजिए—

$$(D^3 - 2D^2 + 3)y = \cos x$$

Solve :

$$(D^3 - 2D^2 + 3)y = \cos x$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$(D^3 + 3D^2 + 3D + 1)y = x^2 e^{-x}$$

Solve :

$$(D^3 + 3D^2 + 3D + 1)y = x^2 e^{-x}$$